



基于小波变换的 RLS 波束成形算法研究

赵季红^{1,2}, 雷 佩¹, 王伟华², 曲 桦², 贺 丹¹

(1. 西安邮电大学通信与信息工程学院 西安 710061;

2. 西安交通大学电子信息学院 西安 710049)

摘 要:为了解决递归最小二乘算法(RLS)在较低信噪比(SNR)、遗忘因子较小的环境中,对噪声敏感、收敛时参数估计误差大的问题,引入小波变换去噪思想,提出了基于小波变换的 RLS 波束成形算法。该算法利用小波变换软阈值法进行信号去噪,再采用 RLS 算法进行波束成形。最后对实验进行仿真,仿真结果表明,与传统的 RLS 算法相比,该算法具有较小的稳态误差和较快的跟踪速度和收敛速度,并且波束成形效果好。

关键词:波束成形;RLS 算法;小波变换

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2015029

RLS Beamforming Algorithm Based on Wavelet Transform

Zhao Jihong^{1,2}, Lei Pei¹, Wang Weihua², Qu Hua², He Dan¹

(1. School of Telecommunication and Information Engineering,

Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an 710061, China;

2. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: On the basis of analyzing the recursive least square algorithm (RLS), in order to improve the performance of RLS algorithm, the idea of denoising by wavelet transform was introduced and the RLS beamforming algorithm which is based on wavelet transform was put forward. This algorithm uses soft thresholding wavelet transform for signal denoising, solves the problem that the traditional Adaptive beamforming algorithm is sensitive to noise and the steady-state error is big under the environment of the low signal to noise ratio (SNR) and small forgetting factor. Finally, the simulation results show that compared with the traditional RLS algorithm, this algorithm has smaller steady-state error and fast tracking speed and convergence speed, and good results of beamforming.

Key words: beamforming, recursive least square algorithm, wavelet transform

收稿日期:2014-07-05;修回日期:2015-01-05

基金项目:国家高技术研究发展计划(“863”计划)基金资助项目(No.2014AA01A706, No.2014AA01A707), 国家自然科学基金资助项目(No.61371087), 国家科技重大专项“新一代宽带无线移动通信网”基金资助项目(No.2013ZX0302010-003)

Foundation Items: The National High Technology Research and Development Program of China (863 Program)(No.2014AA01A706, No.2014AA01A707), The National Natural Science Foundation of China (No.61371087), The National Science and Technology Major Project of China “A New Generation of Broadband Wireless Mobile Communication Network”(No.2013ZX0302010-003)

1 引言

随着无线通信、移动通信业务的不断扩大,有限的无线电频谱资源和不断增长的系统容量需求之间形成了矛盾,而在实际通信系统中的多径干扰、多址干扰、信道衰落对系统性能和容量造成了严重影响。在阵列天线和自适应数字信号处理技术基础上发展起来的自适应波束成形技术(adaptive beamforming)可以解决上述问题^[1]。

自适应波束成形技术是智能天线系统的一种关键技术,是根据一定的准则和算法自适应地调整阵列天线阵元激励的权值,使得阵列接收信号通过加权叠加后,输出信号的质量在所采取准则下最优。调整权值使阵列方向图的波束主瓣指向有用信号,自适应提取特定方向上的有用信号,而在干扰信号方向形成零陷或较低的旁瓣,抑制其他方向上的干扰信号和噪声^[1-3]。

典型的自适应波束成形算法有最小均方(least mean square, LMS)算法、采样矩阵求逆(sampling matrix inversion, SMI)算法和递归最小二乘(recursive least square, RLS)算法。LMS 算法^[2]是一种基本而重要的方法,算法简单、计算量小、性能稳定并且易于硬件实现,但收敛速度依赖于特征值的分布,其步长选取是关键。SMI 算法^[3]是以数据块为单位,对协方差矩阵求逆求得权值,此算法收敛速度快,但是算法复杂度高。RLS 算法^[4]利用输入信号自相关矩阵的逆矩阵,对输入信号进行了白化处理,在较高信噪比下,其收敛速度虽然高出 LMS 算法一个数量级,但是相比 LMS 算法其计算复杂度高,收敛速度很快,能够实现收敛速度和计算复杂性的折衷。RLS 算法在遗忘因子较小,噪声含量较高,即信噪比(signal/noise)较低的时候,RLS 算法的性能明显下降。为了减少 RLS 算法复杂度,许多文献提出了改进的 RLS 算法,如快速 RLS 算法^[5]、快速递推最小二乘格型算法^[6]等。当参数估值趋向于参数真值时,RLS 算法中的卡尔曼增益向量趋于零,此时算法就失去了跟踪可变信道参数的能力,许多文献采用可变遗忘因子^[7]的方法改进上述问题。为了提高 RLS 算法的性能,本文将小波分析理论应用到 RLS 算法中,利用小波变换软阈值法对信号进行消噪处理,解决了在遗忘因子较小、信噪比较低环境下 RLS 算法性能差的问题。

2 阵列信号模型

通常认为阵列信号满足两条假设:阵列信号为窄带信

号并且信号源位于阵列远场,因此可以用平面波传播理论,认为信号是平行入射,各阵元接收到的信号之间没有幅度差异,只存在传播时延造成的相位差异。

如图 1 所示,假设有 M 个阵元,各阵元等间距排列成均匀线阵模型,阵元间距为 d 等于半波长,有 L 个信号 $s_1, s_2, \dots, s_L$ 入射到阵列上,入射角分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L$,期望信号的来波方向为 θ_1 ,其他信号为干扰信号,则第 k 次快拍天线阵元输出向量形式为:

$$x(k) = As(k) + n(k) \quad (1)$$

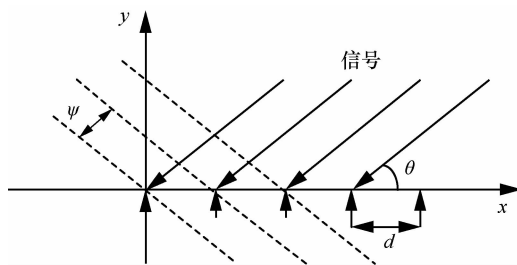


图 1 均匀线阵的阵列信号模型

其中,阵元接收向量为 $x(k)$:

$$x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)]^T \quad (2)$$

期望信号为 $s(k)$:

$$s(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_L(k)]^T \quad (3)$$

$n(k)$ 为噪声向量, A 为信号的阵列方向矢量。考察一个信号从 θ 方向入射到阵列上,信号平行的入射到各个阵元,则相邻阵元间产生的相位差为 ψ :

$$\psi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (4)$$

则以第一个阵元为标准,第 i 个信号的阵列方向矢量为:

$$a(\theta_i) = [1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_i}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d(M-1) \sin \theta_i}]^T \quad (5)$$

其中, λ 为信号的波长。

3 基于小波变换的 RLS 算法

与 LMS、SMI 算法相比,RLS 算法具有收敛速度快、实时性好、对非平稳信号适应性强、收敛速度不依赖于特征值分布的优点。但是由于随时要对信号进行重估,所以 RLS 算法的计算复杂度高,所需的存储量大,不利于实时实现。遗忘因子越小,对时变信道的跟踪能力越强,但会对噪声越敏感,并且稳态误差比较大;若遗忘因子取值较大,则跟踪能力弱,对噪声不敏感,稳态误差比较小。在遗忘因子和信噪比都较小环境下,RLS 算法受噪声影响较大,其



性能明显降低。为了克服以上困难,本文提出把小波变换去噪应用于 RLS 波束成形算法中。

基于小波变换的 RLS 波束成形算法的主要思想是先利用小波变换对信号进行消噪,再对消噪后的信号进行 RLS 波束成形。小波变换是一种信号的时间—尺度(时间—频率)分析方法,具有多分辨率分析的特点,而且在时频两域都能表征信号局部特征,是一种窗口大小固定不变,但窗口形状、时间窗和频率窗都可以改变的时频局部化分析方法^[8],即在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率,而在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率,被誉为分析信号的显微镜。在实际工程中,有用信号通常表现为低频部分或是一些比较平稳的信号,而噪声通常表现为高频信号。因此,利用小波变换可以把高频信号和低频信号分开,再用合适的去噪算法,便可以达到去噪的目的。RLS 算法主要是利用在已知前一刻权值的情况下,通过迭代求出下一刻的权值,使阵列的输出无限逼近于参考信号,用这种方法可以达到跟踪期望用户的目的。

本文中基于小波变换的 RLS 波束成形算法先对阵列接收到的含噪信号 $x(k)$ 进行小波变换去噪,再对去噪后的信号应用 RLS 算法进行波束成形。图 2 为本文的算法结构。噪声模型表示为:

$$x(k) = X(k) + \sigma n(k) \quad (6)$$

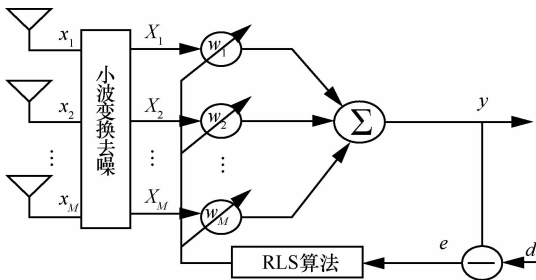


图 2 基于小波变换的 RLS 波束成形算法结构

其中, $x(k)$ 为染噪信号, $X(k)$ 为去噪后信号。 $n(k)$ 为噪声, σ 为噪声的强度。

具体步骤如下。

步骤 1 对信号进行小波分解,主要是把原始信号变换到小波域进行处理,选择一个合适的小波并确定小波分解的层数,然后对信号进行小波分解。小波变换主要处理的是实信号,而在实际系统中,天线阵列接收到的是复信号,因此可以将接收到的信号分解成实部和虚部两部分分别进行处理。

$$X = \text{WaveDelete}(x_R) + j\text{WaveDelete}(x_I) \quad (7)$$

其中,信号实部为 x_R ,虚部为 x_I 。 X 为去噪后的信号。

步骤 2 选用适合的小波去噪法。常用的去噪算法有 4 种:传统的小波分解与重构法、模极大值检测法、阈值法、平移不变小波去噪法。本文选择比较常用的阈值去噪法,主要思路是对小波分解后的低频部分全部保留,而高频部分设定一个阈值,模值小的小波系数置为零,只保留模值大于该阈值的系数项。

阈值法又分为硬阈值法和软阈值法,其中硬阈值法把大于该阈值的小波系数项直接保留,而软阈值法不仅会把所有比阈值低的小波系数置为零,而且会把比阈值高的小波系数按某一个固定量向零收缩,所以软阈值法去噪后的视觉效果比硬阈值法好^[9],因此本文选取软阈值去噪法,其算法可表示为:

$$d_t = \begin{cases} [\text{sgn}(d)](|d| - t), & |d| \geq t \\ 0, & |d| < t \end{cases} \quad (8)$$

其中, d 为小波变换系数, d_t 为软阈值处理后的系数, t 为所选阈值。Donoho 等人提出通用阈值的选择^[10]:

$$t = \sqrt{2 \ln(n)} \sigma \quad (9)$$

其中, n 为信号采样数目, σ 为噪声强度。

步骤 3 小波的重构,根据小波分解的第 N 层的低频系数和经过量化处理的第 1 层到第 N 层高频系数,利用小波逆变换对信号进行重构。

步骤 4 利用 RLS 算法对小波变换消噪后的信号进行波束成形,可以表示为^[11]:

$$y(k) = w^H X(k) \quad (10)$$

$$e(k) = d(k) - w^H(k-1)X(k) \quad (11)$$

$$K(k) = \frac{P(k-1)X(k)}{\lambda + X^H(k)P(k-1)X(k)} \quad (12)$$

$$w(k) = w(k-1) + K(k)e^*(k) \quad (13)$$

其中, $w = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ 表示 M 个阵元的天线阵列的 M 个权向量, $X(k) = [X_1(k), X_2(k), \dots, X_M(k)]^T$ 为小波去噪后的信号。 $e(k)$ 为先验误差, $e^*(k)$ 表示 $e(k)$ 的共轭, $d(k)$ 为期望信号,可通过端对端发射得到。 $K(k)$ 为卡尔曼增益矢量, $P(k)$ 为输入信号矢量的自相关矩阵的逆矩阵,即 $P(k) = R_{xx}^{-1}(k)$, $R_{xx}^{-1}(0) = \varepsilon^{-1}I$, ε 为很小的正数, I 为单位矩阵。

4 仿真结果及分析

在本节中,为了验证基于小波变换的 RLS 波束成形算法的性能,进行了仿真试验和性能分析。仿真中采

用 $M=8$ 阵元的均匀线阵,各阵元间的间距为 $\lambda/2$,原始信号为余弦信号;信号迭代次数 $N=100$;信道为 AWGN 信道,信噪比 $SNR=5$;小波分解尺度为 4,小波基采用 Daubechies 4; $R_{xx}^{-1}(0)=\varepsilon^{-1}I$, $\varepsilon=0.01$, I 为单位矩阵, $w(0)=0$,遗忘因子 $\lambda=0.95$ 。主要研究在低信噪比、小遗忘因子的环境下,基于小波变换的 RLS(WDRLS)算法与传统 RLS 算法的性能对比。

仿真 1 研究期望信号和分别采用 WDRLS 算法、RLS 算法得到的输出估计信号的对比。图 3 给出了期望信号 s 、WDRLS 算法所得输出信号、RLS 算法所得输出信号时域波形的对比,可以明显看出,WDRLS 算法的输出信号和期望信号更吻合,而且更快地接近于期望信号,RLS 算法的输出信号则在期望信号周围来回波动。

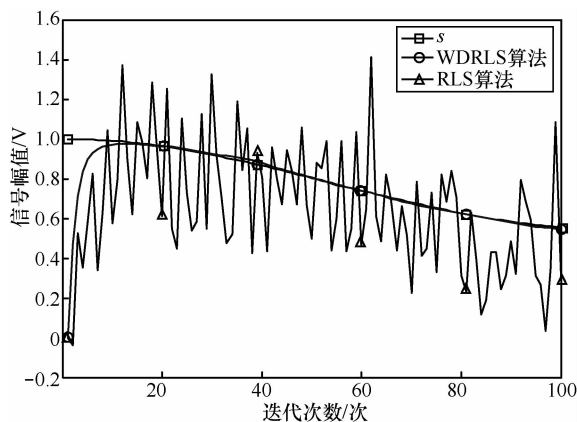


图 3 3 个信号时域波形比较

仿真 2 研究 WDRLS 算法和 RLS 算法的收敛性能对比。图 4 给出了两个算法的学习曲线,可以明显看出 WDRLS 算法比 RLS 算法收敛速度快、收敛精度高、振荡小,而 RLS 算法由于受到比较大的噪声影响,收敛曲线振荡较大,收敛性能较差。

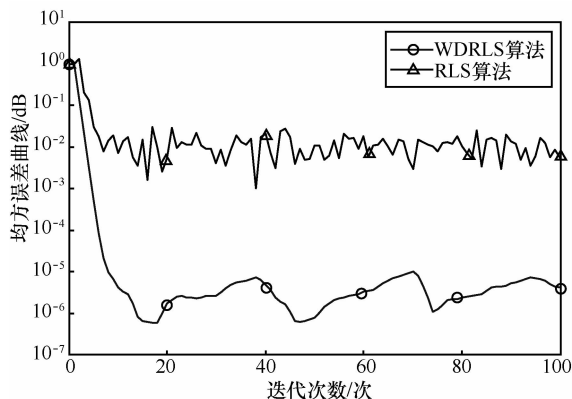


图 4 两种算法的收敛性能比较

仿真 3 研究 WDRLS 算法和 RLS 算法的波束成形方向图对比。图 5 给出了 WDRLS 算法和 RLS 算法的波束成形方向图,其中期望信号的方向为 10° ,干扰信号的方向为 -40° 和 60° ,可以看出 WDRLS 算法和 RLS 算法都能准确地定位期望信号方向,但相比较 WDRLS 算法有较好的波束成形能力,而且旁瓣较低且抑制干扰能力较强。

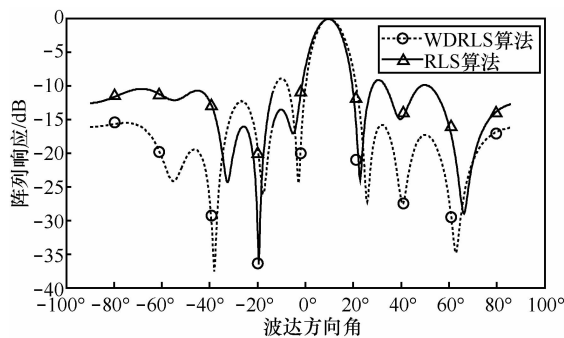


图 5 两种算法的波束成形性能比较

5 结束语

本文为了克服在低信噪比、遗忘因子较小的环境下,RLS 算法权值受噪声影响大导致算法性能较差的问题,提出了基于小波域自适应波束成形算法,该算法把原始含噪信号利用小波变换对小波空间进行分解,分解后信号和噪声在不同尺度上表现不同特性,再根据小波软阈值去噪法消除噪声,最后利用 RLS 算法对消噪后的信号进行波束成形。理论分析和仿真结果表明,WDRLS 算法受信噪比影响较小,计算量增加较少,而且性能相比 RLS 算法也有很大改善,提高了收敛速度及精度,数值稳定性好,具有较强的工程应用价值。

参考文献

- 1 金荣洪,耿军平,范瑜. 无线通信中的智能天线. 北京:北京邮电大学出版社,2006
Jin R H, Geng J P, Fan Y. Smart Antenna in Wireless Communication. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2006
- 2 Widrow B, Hoff M E J. Adaptive switching circuits. IRE WESCON Conv Rec Part4, 1960(4): 96~104
- 3 Burg J P. The relationship between maximum entropy spectra and maximum likelihood spectra. Geophysics, 1972, 37(2): 375~376
- 4 Godara L C. Application of antenna arrays to mobile communications II beam-forming and direction-of-arrival considerations. Proceedings of the IEEE, 1997, 85(8): 1195~1245



- 5 Cioffi J M, Kailath T. Windowed fast transversal filters adaptive algorithms with normalization. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1985, 33(3): 607~625
- 6 高鹰. 一种基于最小二乘准则的自适应滤波算法. *广州大学学报: 综合版*, 2001, 15(2): 32~34
Gao Y. A kind of adaptive filtering algorithm based on least squares criterion. *Journal of Guangzhou University: Comprehensive Edition*, 2001, 15(2): 32~34
- 7 Toplis B, Pasupathy S. Tracking improvements in fast RLS algorithms using a variable forgetting factor. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1988, 36(2): 206~227
- 8 胡昌华. 基于 MATLAB 的系统分析与设计: 小波分析. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999
Hu C H. System analysis and design based on the MATLAB: the wavelet analysis. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology Press, 1999
- 9 Barsanti J R J. Denoising of ocean acoustic signals using wavelet-based techniques. *Naval Postgraduate School Monterey CA*, 1996
- 10 Donoho D L, Johnstone J M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425~455
- 11 Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory*. New York: Prentice Hall, 1998

[作者简介]



赵季红,女,博士,西安邮电大学教授,西安交通大学教授、博士生导师,主要研究方向为宽带通信网、新一代网络的管理与控制。



雷佩,女,西安邮电大学硕士生,主要研究方向为智能天线波束成形。



王伟华,男,西安交通大学博士生,主要研究方向为大规模 MIMO。



曲桦,男,博士,西安交通大学教授、博士生导师,主要研究方向为现代通信网、计算机网络体系结构。



贺丹,女,西安邮电大学硕士生,主要研究方向为智能天线波束成形。

2015029-5

(上接 2015026-5)

- Chen B C, Yao H Z, Yang M C, *et al.* A inter-cluster multi-hop routing protocol improved based on LEACH protocol. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2014, 27(3): 373~377
- 7 Heinzelman W R, Chandrakasan A P, Blakrishnan H. An application-specific protocol architecture for wireless microsensor networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2002, 1(4): 660~670

[作者简介]



余翔,男,重庆邮电大学通信与信息工程学院副教授,主要研究方向为通信路由协议和交换技术等。



刘磊,男,重庆邮电大学通信与信息工程学院硕士生,主要研究方向为无线传感器网络。



吴堃,男,重庆邮电大学通信与信息工程学院硕士生,主要研究方向为无线传感器网络。

2015026-6